

# ANNALES « ZÉRO » N°1 - EX 3

## Quand les astrophysiciens voient rouge (5 pts)

La mesure du déplacement vers le rouge, par effet Doppler, de raies caractéristiques des spectres émis par des sources lointaines (galaxies, quasars etc...) est la preuve d'un univers en expansion, aussi bien que le moyen de mesurer la vitesse d'éloignement de ces objets lointains. En faisant appel à des modèles cosmologiques, on peut tirer des informations sur la distance de ces sources à la Terre.

Dans cet exercice, on se propose de déterminer la vitesse d'éloignement d'une galaxie puis sa distance par rapport à un observateur terrestre.

Les documents utiles à la résolution sont donnés en fin d'exercice.

### Données

- Vitesse de propagation la lumière dans le vide :  $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  ;
- Le parsec est une unité de longueur utilisée par les astronomes de symbole pc :  $1 \text{ pc} = 3,08 \cdot 10^{16} \text{ m}$

### 1. L'effet Doppler (voir document 1)

Pour des vitesses largement inférieures à la célérité  $c$  de la lumière, on se place dans le cadre non-relativiste. Choisir, en justifiant, la relation entre  $\lambda_0$ , la longueur d'onde mesurée en observant une source immobile, et  $\lambda'$ , la longueur d'onde mesurée en observant la même source s'éloignant à la vitesse  $v$  : [0,5 pt]

$$(1) \lambda' = \frac{v}{c} \cdot \lambda_0 \qquad (2) \lambda' = \lambda_0 \cdot \left(1 - \frac{v}{c}\right)$$

$$(3) \lambda' = \lambda_0 \cdot (c - v) \qquad (4) \lambda' = \lambda_0 \cdot \left(1 + \frac{v}{c}\right)$$

### 2. Détermination de la vitesse d'une galaxie

**2.1.** Rechercher les longueurs d'onde des raies  $H_\alpha$ ,  $H_\beta$  et  $H_\gamma$  pour le spectre de l'hydrogène sur Terre et les longueurs d'onde de ces mêmes raies lorsqu'elles sont issues de la galaxie TGS153Z170. Compléter les deux premières colonnes du tableau donné en annexe à rendre avec la copie. [0,25 pt]

#### Choix du modèle d'étude

**2.2.1.** En se plaçant dans le cadre non-relativiste montrer que l'expression de la vitesse  $v$  de la galaxie est :  $v = c \left(\frac{\lambda'}{\lambda_0} - 1\right)$ . [0,25 pt]

**2.2.2.** Calculer la valeur de la vitesse de la galaxie TGS153Z170 en travaillant avec les valeurs de la raie  $H_\beta$ . On donne la relation d'incertitude suivante pour la vitesse :  $\Delta v = \sqrt{2} \cdot c \cdot \frac{\Delta \lambda}{\lambda}$ . On exprimera

le résultat sous la forme :  $v \pm \Delta v$ . Les valeurs numériques sur les spectres sont données à  $\pm 1 \text{ nm}$ . [0,5 pt]

**2.2.3.** Dans le cadre relativiste ( $v \approx c$ ), on montre que la vitesse  $v_{\text{rel}}$  a pour expression :  $v_{\text{rel}} = c \cdot \frac{(\lambda'/\lambda_0)^2 - 1}{(\lambda'/\lambda_0)^2 + 1}$ , on trouve  $v_{\text{rel}} = (1,27 \pm$

$0,09) \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Si l'écart relatif entre les deux vitesses précédemment calculées est inférieur à 5%, on peut choisir le modèle non relativiste plus simple à utiliser. Justifier le choix du modèle non-relativiste pour la suite de l'exercice. [0,25 pt]

#### Décalage vers le rouge

**2.3.1.** En comparant les longueurs d'onde  $\lambda_0$  et  $\lambda'$ , justifier l'expression « décalage vers le rouge ». [0,25 pt]

**2.3.2.** On définit le décalage spectral relatif  $z$  défini par  $z = \frac{\lambda' - \lambda_0}{\lambda_0}$ . On

montre que  $z$  ne dépend pas de la raie choisie. Compléter la troisième colonne du tableau donné en annexe. [0,25 pt]

**2.3.3.** En déduire la meilleure estimation de  $z$  pour la galaxie TGS153Z170. [0,5 pt]

**2.3.4.** À l'aide de la définition de  $z$  montrer que  $z = \frac{v}{c}$ . [0,5 pt]

**2.3.5.** Calculer la nouvelle valeur de la vitesse d'éloignement de la galaxie. Expliquer pourquoi cette valeur est plus pertinente que celle calculée à la question 2.2.2. [0,5 pt]

### 3. Détermination de la distance d'une galaxie

En 1929, Edwin Hubble observe depuis le Mont Wilson aux USA le décalage Doppler de dizaines de galaxies. Ses mesures lui permettent de tracer le diagramme qui porte son nom. Il en déduit une relation simple entre la vitesse d'éloignement  $v$  d'une galaxie et sa distance  $d$  par rapport à la Terre :  $v = H \cdot d$  où  $H$  est la constante de Hubble.

**3.1.** Déterminer la valeur de la constante de Hubble  $H$  en  $\text{km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$ . [0,5 pt]

**3.2.** Établir l'expression de la distance  $d$  de la galaxie à la Terre en fonction de  $c$ ,  $z$  et  $H$ . En déduire la distance en Mpc de la galaxie TGS153Z170 à la Terre. [0,5 pt]

### 4. Comparaison des spectres de deux galaxies

**4.1.** Lequel des spectres des galaxies TGS153Z170 et TGS912Z356 est un spectre d'absorption ? [0,25 pt]

**4.2.** De ces deux galaxies, laquelle est la plus éloignée de la Terre ? Justifier. [0,5 pt]

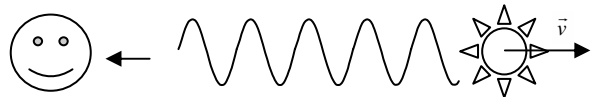
### Annexe

Nom de la raie	Longueur d'onde de référence $\lambda_0$ (nm)	Longueur d'onde mesurée $\lambda'$ (nm)	Décalage spectral relatif $z$
$H_\alpha$			
$H_\beta$			
$H_\gamma$			

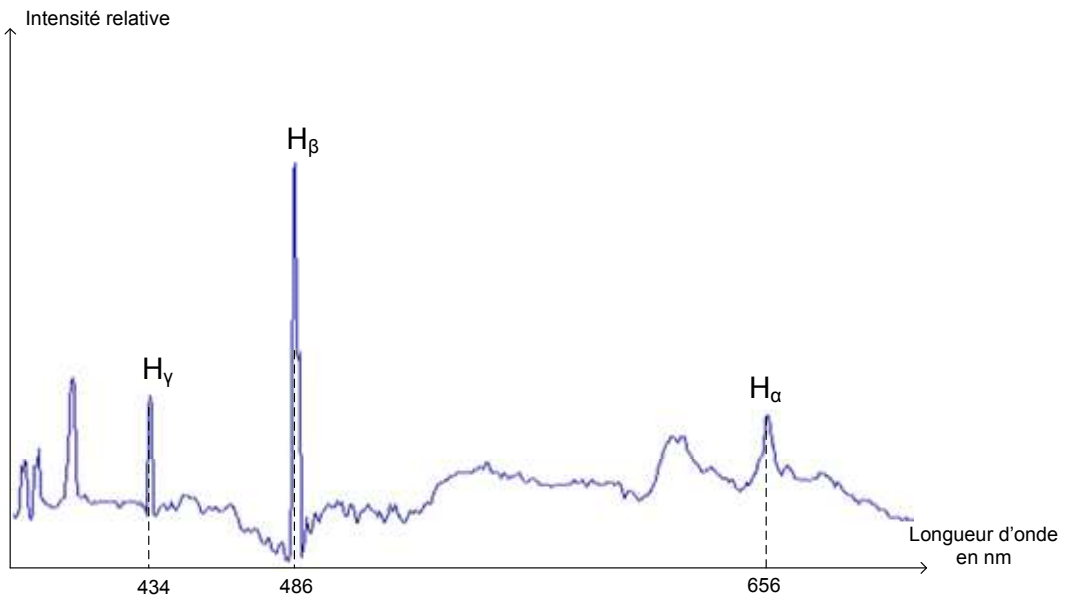
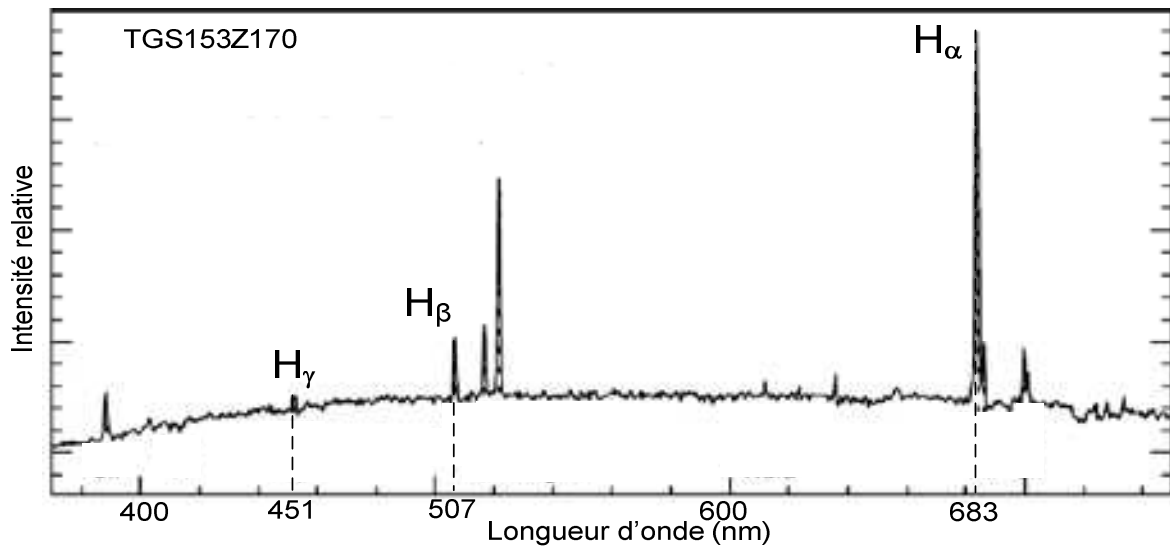
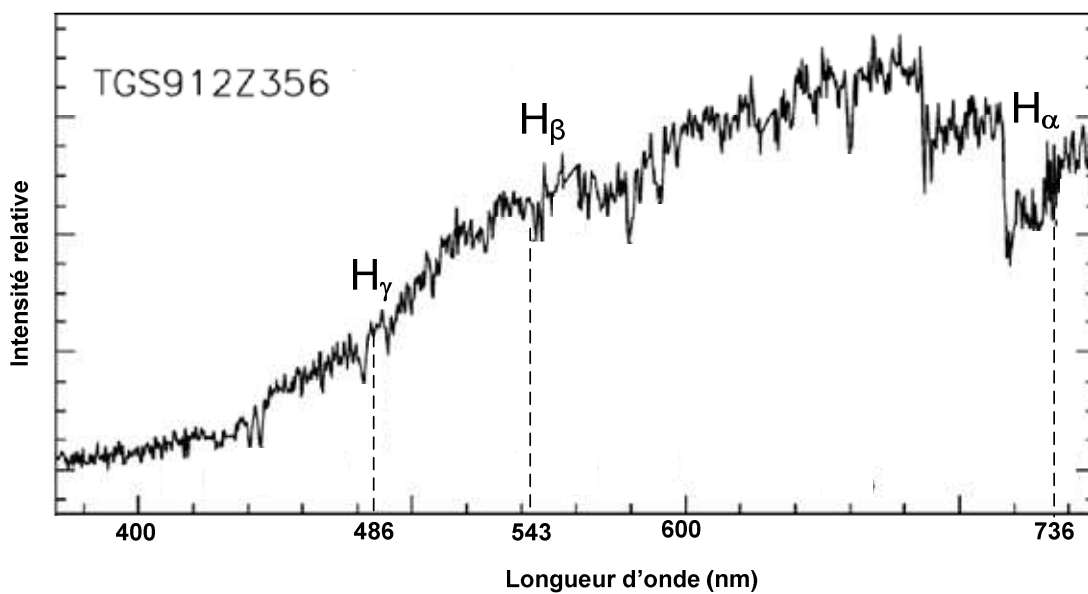
#### Document 1 : Principe de l'effet Doppler



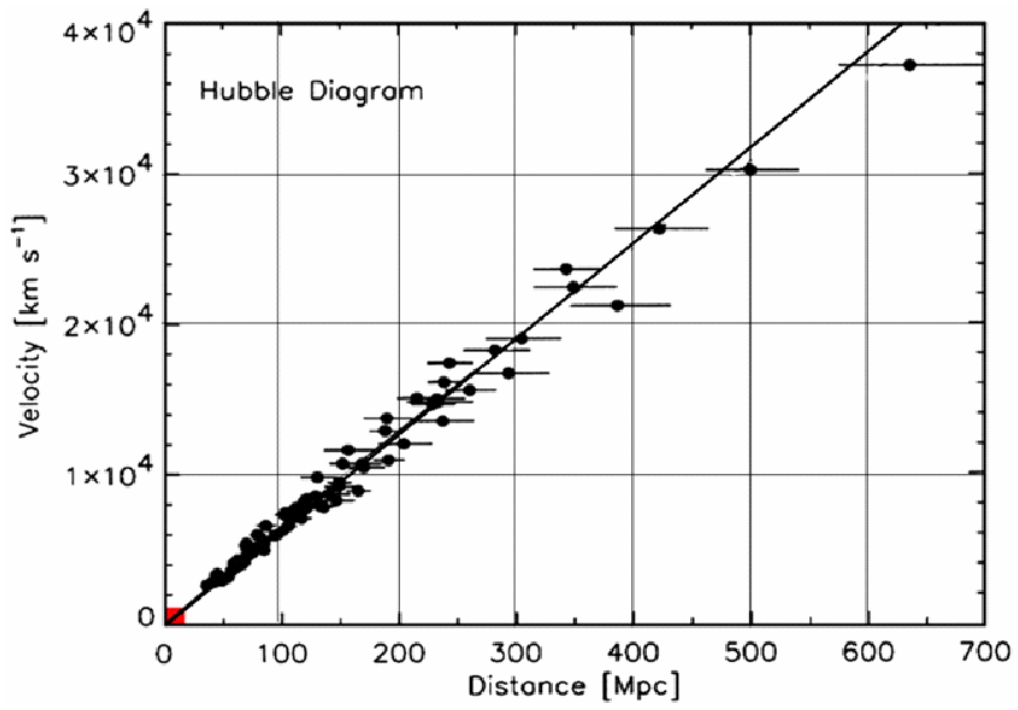
L'observateur mesure la longueur d'onde  $\lambda_0$  du signal lumineux émis par une source immobile.



L'observateur mesure la longueur d'onde  $\lambda'$  du signal lumineux émis par la même source s'éloignant à la vitesse  $v$ . On obtient  $\lambda' > \lambda_0$ .

**Document 2 : Spectre d'émission de l'hydrogène mesuré sur Terre obtenu avec une source présente au laboratoire**

**Document 3 : Spectre de la galaxie TGS153Z170 avec indexage des raies**

**Document 4 : Spectre de la galaxie TGS912Z356 avec indexage des raies**


Document 5 : Diagramme de Hubble



## Correction

1. Deux éléments à prendre en considération :

- L'homogénéité de la formule (ce qui exclut la formule n°3)
- D'après le document, si  $v > 0$  (l'objet s'éloigne) alors  $\lambda' > \lambda_0$  ce qui exclut les formules n°1 et 2. **[0,5 pt]**

0 si pas justifié ou justifications fausses

2.1. Annexe, 2 premières colonnes **[0,25 pt]**

Nom de la raie	Longueur d'onde de référence $\lambda_0$ (nm)	Longueur d'onde mesurée $\lambda'$ (nm)	Décalage spectral relatif $z$
H $_{\alpha}$	656	683	$4,1 \cdot 10^{-2}$
H $_{\beta}$	486	507	$4,3 \cdot 10^{-2}$
H $_{\gamma}$	434	451	$3,9 \cdot 10^{-2}$

2.2.1. On sait que  $\lambda' = \lambda_0 \cdot \left(1 + \frac{v}{c}\right)$ , donc :

$$1 + \frac{v}{c} = \frac{\lambda'}{\lambda_0}$$

$$\frac{v}{c} = \frac{\lambda'}{\lambda_0} - 1 \quad \mathbf{[0,25 \text{ pt}]}$$

$$v = c \cdot \left(\frac{\lambda'}{\lambda_0} - 1\right)$$

2.2.2.  $v = 3,00 \cdot 10^8 \times (507/486 - 1) = 1,30 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

$$\Delta v = \sqrt{2} \times 3,00 \cdot 10^8 \times \frac{1}{507} = 8 \cdot 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

D'où  $v = (1,30 \pm 0,08) \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  **[0,5 pt]**

A- si pas 3 chiffres significatifs

C si pas de calcul d'incertitude

2.2.3. L'écart est de  $0,03/1,27 \times 100 \cong 2,4 \%$ , le modèle non relativiste peut donc être utilisé. **[0,25 pt]**

2.3.1.  $\lambda' > \lambda_0$ , la raie s'est donc décalée vers les grandes longueurs d'onde, c'est-à-dire vers le rouge.

2.3.2. Annexe, 3<sup>ème</sup> colonne **[0,25 pt]**

A- si écriture fractionnaire

A- si problème chiffres significatif (0,04)

2.3.3. On prend la valeur moyenne de  $z$ , soit  $4,1 \cdot 10^{-2}$  **[0,5 pt]**

2.3.4. On part de  $z = \frac{\lambda' - \lambda_0}{\lambda_0}$  et on sait que  $\lambda' = \lambda_0 \cdot \left(1 + \frac{v}{c}\right)$ . Donc :

$$z = \frac{\lambda_0 \cdot \left(1 + \frac{v}{c}\right) - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{v}{c} \quad \mathbf{[0,5 \text{ pt}]}$$

2.3.5.  $v = z \cdot c = 1,23 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Cette valeur est plus pertinente car elle se base sur un décalage moyen. En effet, les mesures des trois raies ont été exploitées, et non d'une seule. **[0,5 pt]**

C si pas explication sur précision.

3.1. En utilisant le point le plus éloigné de l'origine, pour une meilleure

$$\text{précision : } H = \frac{4 \cdot 10^4 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}}{630 \text{ Mpc}} = 63,5 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}. \quad \mathbf{[0,5 \text{ pt}]}$$

A- si pas d'explication sur la précision

3.2.  $d = v / H = z \cdot c / H$

Pour TGS153Z170,  $d = 1,23 \cdot 10^4 / 63,5 \cong 190 \text{ Mpc}$  **[0,5 pt]**

C si pas calcul de  $d$

4.1. C'est le spectre de TGS912Z356 qui est un spectre d'absorption, car l'autre spectre montre des raies correspondant à des pics de luminosité, ce qui signifie que c'est un spectre d'émission. **[0,25 pt]**

C si pas de justification

4.2. Pour TGS912Z356,  $z \cong 0,12 > 0,4$ . Elle s'éloigne donc plus vite et donc, d'après la loi de Hubble, elle est plus éloignée. **[0,5 pt]**