LIBAN 2013 – EX.2

Le rugby, sport de contact et d'évitement (8 pts)

Le rugby est un sport d'équipe qui s'est développé dans les pays anglo-saxons à la fin du XIX^{ème} siècle.

Pour simplifier l'étude, les joueurs et le ballon seront supposés ponctuels.

Les parties 1 et 2 sont indépendantes.

1. Le rugby, sport de contact

Document 1 : Le plaquage

Il y a « plaquage » lorsqu'un joueur porteur du ballon, sur ses pieds dans le champ de jeu, est simultanément tenu par un ou plusieurs adversaires, qu'il est mis au sol et/ou que le ballon touche le sol. Ce joueur est appelé « joueur plaqué ».

Un joueur A de masse m_A = 115 kg et animé d'une vitesse v_A = 5,0 m·s^{-1} est plaqué par un joueur B de masse m_B = 110 kg de vitesse négligeable.

1.1. Dans quel référentiel les vitesses sont-elles définies ?

1.2. On suppose que l'ensemble des deux joueurs est un système isolé. Exprimer, en justifiant le raisonnement, la vitesse des deux joueurs liés après l'impact puis calculer sa valeur.

2. Le rugby, sport d'évitement

Document 2 : La chandelle

Au rugby, une « chandelle » désigne un coup de pied permettant d'envoyer le ballon en hauteur par dessus la ligne de défense adverse. L'objectif pour l'auteur de cette action est d'être au point de chute pour récupérer le ballon derrière le rideau défensif.

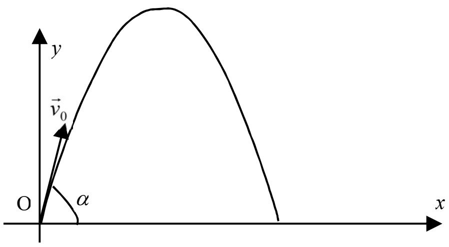
On se place dans le référentiel terrestre supposé galiléen.
Le champ de pesanteur terrestre est considéré uniforme, de valeur g = 9,81 N·kg^{-1}. On négligera toutes les actions dues à l'air.

Le joueur A est animé d'un mouvement rectiligne uniforme de vecteur vitesse $\vec{v}_1$. Afin d'éviter un plaquage, il réalise une chandelle au-dessus de son adversaire.

On définit un repère (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$) :

- origine : position initiale du ballon ;
- vecteur unitaire $\vec{i}$ de même direction et de même sens que $\vec{v}_1$;
- vecteur unitaire $\vec{j}$ vertical et vers le haut.

À l'instant t = 0 s, le vecteur vitesse du ballon fait un angle α égal à 60° avec l'axe Ox et sa valeur est v_0 = 10,0 m·s^{-1}.
Le graphique ci-dessous représente la trajectoire du ballon dans le repère choisi.



2.1. Étude du mouvement du ballon

2.1.1. Établir les coordonnées a_x et a_y du vecteur accélération du point M représentant le ballon.

2.1.2. Montrer que les équations horaires du mouvement du point M sont :

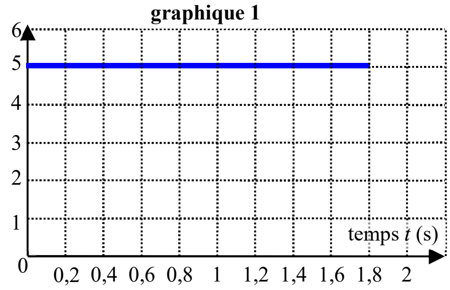
$$x(t) = (v_0 \cdot \cos\alpha)\cdot t \text{ et } y(t) = -0{,}5\cdot g\cdot t^2 + (v_0\cdot \sin\alpha)\cdot t$$

2.1.3. En déduire l'équation de la trajectoire du point M :

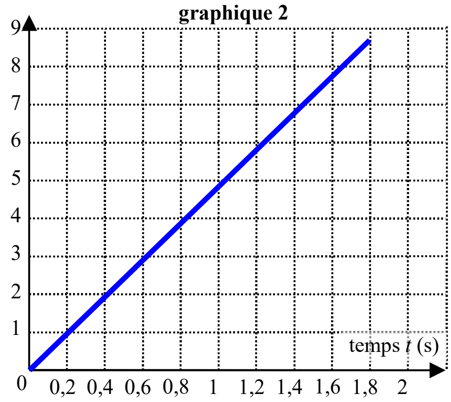
$$y(x) = -\frac{g}{2(v_0\cdot\cos\alpha)^2}x^2 + (\tan\alpha)\cdot x$$

2.1.4. Les graphiques ci-dessous montrent l'évolution dans le temps des grandeurs x, y, v_x, et v_y, coordonnées des vecteurs position et vitesse du point M.

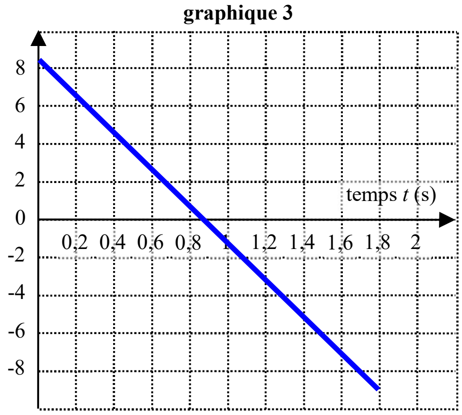
graphique 1



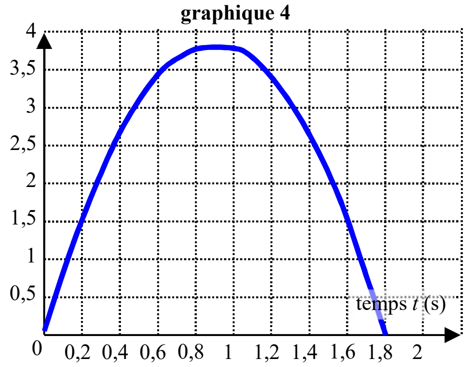
graphique 2



graphique 3



graphique 4



Associer à chaque courbe l'expression de la grandeur qui lui correspond et justifier.

2.2. Une « chandelle » réussie

2.2.1. Déterminer par le calcul le temps dont dispose le joueur pour récupérer le ballon avant que celui-ci ne touche le sol.
Vérifier la valeur obtenue sur l'un des graphes précédent et expliquer votre raisonnement sur votre copie (ne pas rendre l'énoncé !).

2.2.2. Déterminer de deux manières différentes la valeur de la vitesse v_1 du joueur pour que la chandelle soit réussie.

Correction

1.1. Dans le référentiel terrestre **[0,25 pt]**

1.2. Soient $\vec{p}_i = m_A \cdot \vec{v}_A + m_B \cdot \vec{v}_B$ la quantité de mouvement initiale du système composé des 2 joueurs A et B et $\vec{p}_f = (m_A + m_B) \cdot \vec{v}_f$ la quantité de mouvement après l'impact de ce même système.

La quantité de mouvement se conserve car le système est isolé (l'énoncé le dit) et fermé (la masse du système ne change pas).

La conservation de la quantité de mouvement permet d'écrire :

$$m_A \cdot \vec{v}_A + m_B \cdot \vec{v}_B = (m_A + m_B) \cdot \vec{v}_f$$

Le joueur B possède une vitesse négligeable, donc :

$$m_A \cdot \vec{v}_A = (m_A + m_B) \cdot \vec{v}_f$$

D'après cette équation, les deux vecteurs $\vec{v}_A$ et $\vec{v}_f$ sont colinéaires, donc : $m_A \cdot v_A = (m_A + m_B) \cdot v_f$

Soit : $v_f = \dfrac{m_A \cdot v_A}{m_A + m_B} = 2{,}6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ **[1 pt]**

2.1.1. La seule force s'exerçant sur le ballon étant son poids, la RFD permet d'écrire : $\vec{P} = m \cdot \vec{a}$. Donc $a_x = 0$ et $a_y = -g$. **[0,5 pt]**

2.1.2. Une première intégration du vecteur accélération permet de trouver les coordonnées du vecteur vitesse :

$$v_x = v_{0x} \text{ et } v_y = -g \cdot t + v_{0y}$$

avec $v_{0x} = v_0 \cdot \cos\alpha$ et $v_{0y} = v_0 \cdot \sin\alpha$ **[1pt]**

Si aucune justification mais v_x et v_y justes : 0,25 pt

Si pas de justification de v_{0x} et v_{0y} : 0,75 pt

Une deuxième intégration permet de trouver les coordonnées x et y :

$$\boxed{x = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t + x_0} \text{ et } \boxed{y = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t + y_0}$$

avec $x_0 = 0$ et $y_0 = 0$. **[1 pt]**

Si aucune mention de x_0 et y_0 : 0,5 pt

Si aucune mention d'une intégration : -0,25 pt

2.1.3. Pour obtenir l'équation de la trajectoire, il suffit de remplacer t par $\dfrac{x}{v_0 \cdot \cos\alpha}$ **[0,75 pt]**

2.1.4. Courbe 1 : v_x car il s'agit d'une grandeur constante $v_x = v_0 \cdot \cos\alpha$
Courbe 2 : x car fonction linéaire croissante $x = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t$
Courbe 3 : v_y car fonction affine décroissante $v_y = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin\alpha$
Courbe 4 : y car parabole $y = -0{,}5 \cdot g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t$ **[1 pt]**
Aucun point si justification fausse

2.2.1. Il s'agit du temps pour lequel $y = 0$ et $x \neq 0$. Il faut résoudre l'équation : $0{,}5 \cdot g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t = 0$, soit $t = \dfrac{v_0 \cdot \sin\alpha}{0{,}5 \cdot g} = 1{,}8$ s **[1 pt]**

Par lecture graphique de la courbe 4, $y(t) = 0$ pour $t = 1{,}8$ s **[0,5 pt]**

2.2.2. Il faut que la vitesse du joueur lui permettent de parcourir la distance entre le tir du ballon et sa réception en 1,8 s.
Cette distance est la valeur de x pour $t = 1{,}8$ s soit environ 9 m, donc $v = 9/1{,}8 = 5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. **[0,5 pt]**
On peut aussi remarquer que cette vitesse doit être égale à la vitesse horizontale (v_x) du ballon, soit $v_x = v_0 \cdot \cos\alpha = 5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ **[0,5 pt]**