Devoir n°5 1h30

Exercice 1 – Titrage de l'éthanol dans un vin

Le degré d'alcool d'une boisson alcoolisée, noté (°), correspond au volume d'éthanol pur contenu dans 100 mL de boisson. Par exemple, 100 mL d'une boisson à 12° contient 12 mL d'éthanol pur.

L'alcool présent dans les boissons alcoolisées est l'éthanol $CH_3–CH_2–OH$

L'objectif de cet exercice est de déterminer le degré d'alcool d'un vin.

On effectue une distillation fractionnée de 50 mL de vin en extraire l'éthanol. On verse le distillat dans une fiole jaugée de 500 mL et on complète avec de l'eau distillée. **On obtient 500 mL de solution notée S contenant tout l'éthanol initialement présent dans 50 mL de vin**.

L'éthanol réagit avec les ions permanganate MnO_4^- en milieu acide, mais cette transformation, quoique totale, est lente : elle ne peut donc pas être le support d'un titrage. On procède donc en deux étapes.

Étape 1 : on introduit les ions permanganate en excès dans un volume donné de la solution S pour transformer tout l'éthanol présent en acide éthanoïque et on laisse le temps nécessaire à la transformation de s'effectuer. L'équation-bilan de la réaction est :

$$5\ C_2H_6O(aq) + 4\ MnO_4^-(aq) + 12\ H^+(aq) \rightarrow 5\ C_2H_4O_2(aq) + 4\ Mn^{2+}(aq) + 11\ H_2O\ (\ell)$$

Étape 2 : on réalise ensuite le titrage des ions permanganate restants par les ions Fe^{2+}. L'équation-bilan de la réaction de titrage est :

$$MnO_4^-(aq) + 5\ Fe^{2+}(aq) + 8\ H^+(aq) \rightarrow Mn^{2+}(aq) + 5\ Fe^{3+}(aq) + 4\ H_2O(\ell)$$

Données

- Masse volumique de l'éthanol : 0,79 $g.mL^{-1}$
- Masse molaire de l'éthanol : M = 46 $g.mol^{-1}$
- Toutes les espèces chimiques en solution sont incolores mis à part les ions permanganate qui sont violets.

Étude de l'étape 1

On s'intéresse ici à la réaction entre les ions permanganate et l'éthanol.
Dans un erlenmeyer, on mélange V_0 = 2,0 mL de solution S et V_1 = 25,0 mL d'une solution acidifiée de permanganate de potassium ($K^+(aq) + MnO_4^-(aq)$) de concentration $C_1 = 5{,}00 \cdot 10^{-2}$ mol·L⁻¹ . Les ions H^+ sont en large excès.

On bouche l'erlenmeyer et on laisse réagir pendant environ 30 minutes, à 60°C.

On note :

- n_0 la quantité de matière initiale d'éthanol présente dans le volume V_0
- n_1 la quantité de matière initiale d'ions permanganate présente dans le volume V_1

1. Montrer que dans l'état final, la quantité d'ions permanganate restant dans l'erlenmeyer peut s'écrire :

$$n(MnO_4^-)_r = C_1V_1 - \frac{4}{5}n_0$$

Étude de l'étape 2

On titre les ions permanganate restants à la fin de l'étape 1, directement dans l'erlenmeyer, par une solution aqueuse contenant des ions Fe^{2+} de concentration $C_2 = 3{,}00 \cdot 10^{-1}$ mol·L⁻¹.

Le volume de solution titrante versé pour atteindre l'équivalence est $V_{2éq}$ = 15,2 mL.

2. Définir le terme « équivalence » utilisé lors d'un titrage.

3. Préciser, en justifiant, le changement de couleur qui permet de repérer l'équivalence.

4. Indiquer la relation qui existe, à l'équivalence, entre les quantités de matière d'ions permanganate présents initialement et les ions Fe^{2+} versés à l'équivalence.

5. Montrer que la quantité d'éthanol initialement présente dans le volume 50 mL de vin d'épines est donnée par la relation :

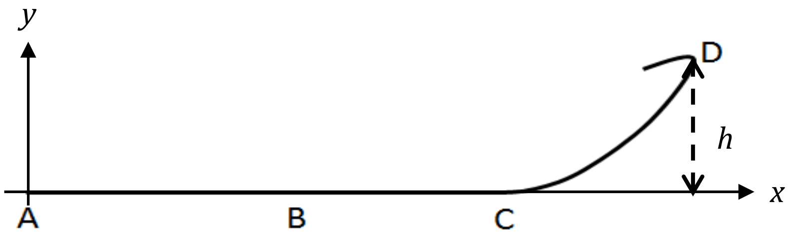
$$n_{éthanol} = 250 \times (\frac{5}{4}C_1V_1 - \frac{1}{4}C_2V_{2éq})$$

6. Déterminer le degré d'alcool du vin étudié.

Exercice 2 – Montagne russe

Dans cet exercice, on étudie une partie de la trajectoire d'un train sur un parcours type « montagne russe ».

La trajectoire que parcourt le train jusqu'au sommet de la première montée est la suivante (le schéma est représenté sans souci d'échelle) :



Le train est initialement immobile au point A. Grâce à un moteur électrique il est accéléré sur la partie AB de la piste horizontale pour atteindre sa vitesse maximale v_{max} = 100 km·h^{-1} au point B.

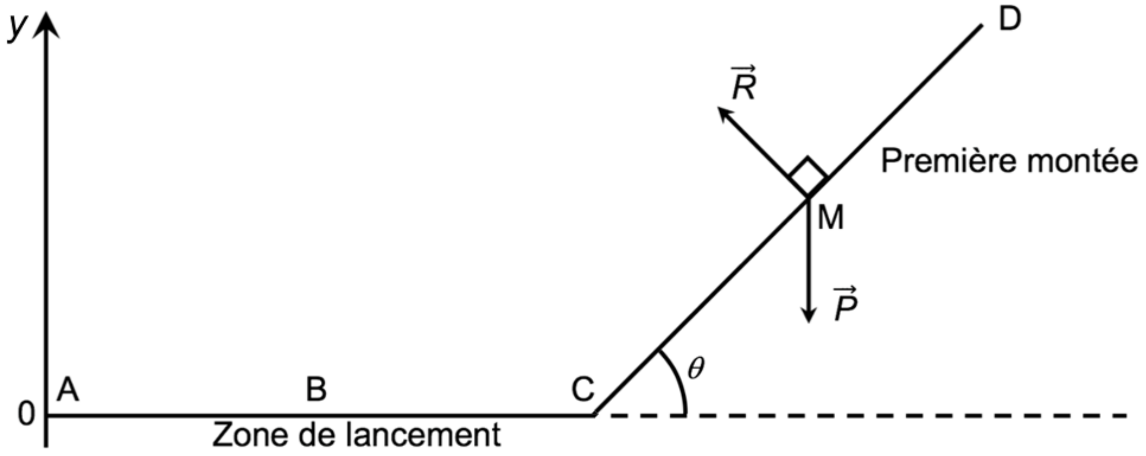
Au-delà du point B, le train n'est soumis qu'à la réaction de la piste et à son poids. On considère que les frottements sont négligeables.

À partir du point C, il parcourt la première montée pour atteindre son sommet au point D à une hauteur h = 38 m au-dessus de la piste de lancement.

Données

- Masse du train : m = 10 t
- Intensité du champ de pesanteur terreste : g = 9,8 N·kg^{-1}

Une modélisation simplifiée de la trajectoire du train, considéré comme un point matériel M, entre les points A et D peut être donnée par le schéma suivant, représenté sans souci d'échelle.



On considère la première montée CD comme rectiligne et faisant un angle $\theta = 45°$ avec l'horizontale.

1. Calculer l'énergie mécanique du train au point B, en prenant comme origine des altitudes $y = 0$.

2. Exprimer le travail $W_{CD}(\vec{P})$ du poids sur le trajet CD en fonction de $\overrightarrow{CD}$ et de $\vec{P}$, puis montrer que $W_{CD}(\vec{P}) = mg(y_C - y_D)$.

3. Donner la valeur du travail $W_{CD}(\vec{R})$ de la force de réaction des rails lors de la première montée. Justifier.

4. Établir l'expression de l'altitude maximale h_{max} que pourrait atteindre le train en l'absence de frottements puis calculer sa valeur. Commenter.

Correction

Exercice 1

1. Tableau d'avancement

Av.	$5\ C_2H_6O(aq)$	$+ 4\ MnO_4^-(aq)$	$+ 12\ H^+(aq)$	$\rightarrow 5\ C_2H_4O_2(aq)$	$+ 4\ Mn^{2+}(aq)$	$+ 11\ H_2O\ (\ell)$
0	n_0	n_1	*excès*	0	0	*solvant*
x	$n_0 - 5x$	$n_1 - 4x$	*excès*	$5x$	$4x$	*solvant*
x_{max}	0	$n(MnO_4^-)_r$	*excès*			*solvant*

La réaction s'arrête lorsque $n_0 - 5x = 0$, donc $x_{max} = n_0/5$

Donc $n(MnO_4^-)_r = n_1 - 4x_{max} = C_1V_1 - \frac{4}{5}n_0$ **[2]**

2. Équivalence : situation où le titrant et le titré ont été ontroduits en proportion stœchiométrique. **[1]**

3. À l'équivalence, il n'y a plus d'ions permanganate. La solution est donc violette avant l'équivalence et incolore après. **[1]**

4. $n(MnO_4^-)_i = \frac{1}{5}n(Fe^{2+})_{éq}$ **[1]**

5. Dans le volume $V_0 = 2$ mL de solution S, on a :

$$\frac{1}{5}C_2V_{2éq} = C_1V_1 - \frac{4}{5}n_0$$

d'où :

$$C_2V_{2éq} = 5C_1V_1 - 4n_0$$

$$n_0 = \frac{5}{4}C_1V_1 - \frac{1}{4}C_2V_{2\text{éq}}$$

n_0 est la qdm d'éthanol contenue dans 2 mL de S. La quantité contenu dans 50 mL de vin est celle contenue dans 500 mL de S. Il y en a donc 250 fois plus. **[2]**

6. Dans 50 mL de vin, il y a $250\times(1{,}25\times5\cdot10^{-2}\times25\cdot10^{-3} - 0{,}25\times0{,}3\times15{,}2\cdot10^{-3}) = 0{,}106$ mol d'éthanol.
Masse d'éthanol : 4,86 g
Volume d'éthanol : 6,15 mL
° alcoolique : 12,3° **[1]**

Exercice 2

1. $E_M = E_C + E_{PP} = \frac{1}{2}mv^2 + 0 = 3{,}9$ MJ **[1]**

2. $W_{CD}(\vec{P}) = \overrightarrow{\mathrm{CD}} \cdot \vec{P} = \mathrm{CD}\cdot P\cdot\cos(\alpha)$, avec α l'angle entre $\overrightarrow{\mathrm{CD}}$ et $\vec{P}$
D si bonne formule mais angle faux
L'angle α est le complémentaire de $90 - \theta$, c'est-à-dire $\alpha = 180 - (90 - \theta) = 90 + \theta$
Or $\cos(90 + \theta) = -\sin\theta$
Donc $W_{CD}(\vec{P}) = -\mathrm{CD}\cdot mg\cdot\sin\theta$
D'autre part $\mathrm{CD}\cdot\sin\theta = y_D - y_C$
Donc $W_{\mathrm{CD}}(\vec{P}) = mg(y_{\mathrm{C}} - y_{\mathrm{D}})$ **[2]**

3. $W_{\mathrm{CD}}(\vec{R}) = 0$ car $\vec{R}$ est perpendiculaire aux rails **[1]**

4. h_{max} est atteinte quand la vitesse du train est nulle.
Comme la seule force qui travaille est le poids, l'énergie mécanique se conserve.
Donc $E_M = E_{PP} = mgh_{\max} = 3{,}9$ MJ
$h_{\max} = 39$ m
Cela signifie que le train arrive en D avec une vitesse non nulle (bien que faible). **[2]**