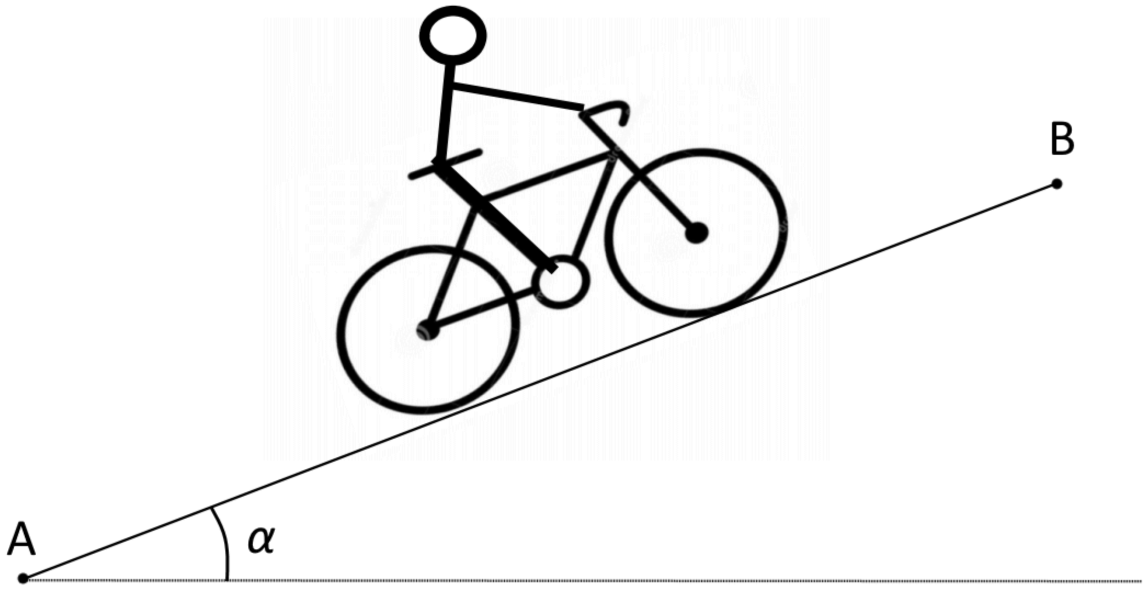
Devoir n°8 45 minutes

On s'intéresse à la situation d'un cycliste professionnel qui gravit une pente rectiligne dont l'inclinaison par rapport à l'horizontale vaut α = 4,0 °. On prend comme origine des atitudes le point A (z_A = 0). Tous les frottements seront négligés.

Données

- Intensité de la pesanteur : g = 9,8 m·s^{-2}.
- Vitesse du cycliste en A : v_A = 20 km·h^{-1}.
- Masse du système {vélo + cycliste} : m = 80 kg



Partie 1 – En roue libre

Dans toute cette partie, on considère que le cycliste ne pédale plus à partir du point A.

1.1. Justifier que, dans cette situation, l'énergie mécanique du système {vélo + cycliste} se conserve.

On note B le point où le système {vélo + cycliste} finit par s'arrêter.

1.2.1. Calculer l'altitude de B.

1.2.2. En déduire que la distance d'arrêt AB vaut environ 22,6 m.

Partie 2 – Le cycliste maintient sa vitesse constante

Dans cette deuxième partie, on considère que le cycliste fournit un effort suffisant pour maintenir sa vitesse constante pendant son ascension.

2.1. L'énergie mécanique du système est-elle constante ? Justifier votre réponse et préciser, le cas échéant, si elle augmente ou si elle diminue.

2.2.1. Calculer la distance d parcourue par le cyliste pendant une durée de 1 minute.

2.2.2. En déduire que l'altitude du système a augmenté de 23,3 m environ.

2.3. Calculer le travail de la force fournie par le cycliste sur cette distance d. Justifier que le signe de ce travail est positif.

2.4. Calculer la valeur de la force fournie par le cycliste.

Correction

1.1. Le système est soumis à deux forces : son poids et la réaction du support. La réaction du support est perpendiculaire au déplacement, donc son travail est nul.
La seule force qui travaille est le poids, qui est une force conservative.
Donc l'énergie mécanique se conserve. **[1]**
D si réponse juste mais justification fausse

1.2.1. D'après l'énoncé, v_B = 0 et z_A = 0. La conservation de l'énergie mécanique permet d'écrire l'équation suivante :

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgz_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgz_B$$

qui devient

$$\frac{1}{2}mv_A^2 = mgz_B$$

d'où $z_B = \frac{v_A^2}{2g}$ = 1,57 m (ne pas oublier de convertir v_A en m·s^{-1}) **[2]**

1.2.2. On a $\sin\alpha = \frac{z_B}{\mathrm{AB}}$ d'où $\mathrm{AB} = \frac{z_B}{\sin\alpha}$ = 22,6 m **[1]**

2.1. Il y a cette fois la force motrice produite par le cycliste, qui est orientée dans le sens du mouvement. Son travail est donc positif. Par conséquent, l'énergie mécanique du système augmente. **[1]**

2.2.1. $d = v \cdot \Delta t = 333$ m **[1]**

2.2.2. $z_B = d \cdot \sin\alpha$ =23,3 m **[1]**

2.3. On note $\vec{F}$ la force motrice produite par le cycliste. Comme c'est la seule force non conservative qui travaille, on a : $\Delta E_M = W_d(\vec{F})$.
Calculons ΔE_M : $\Delta E_M = \left(\frac{1}{2}mv_B^2 + mgz_B\right) - \left(\frac{1}{2}mv_A^2 + mgz_A\right)$
Le cycliste se déplace à vitesse constante, donc $v_B = v_A$. D'autre part, par convention z_A = 0.
Donc $\Delta E_M = W_d(\vec{F}) = mgz_B \simeq 18{,}2$ kJ. **[2]**

2.4. $F = \frac{W_d(\vec{F})}{d}$ =54,7 N **[1]**