

Devoir n°2**50 minutes***Formulaire*Puissance électrique aux bornes d'un dipôle : $P = UI$ Puissance dissipée par effet Joule dans un conducteur ohmique de résistance R : $P = \frac{U^2}{R} = RI^2$ Loi d'Ohm : $U = RI$ *Ex.1 – Intérêt de la haute tension*

Cet exercice a pour but de mettre en évidence l'intérêt de l'utilisation de la haute tension pour le transport de l'énergie électrique.

Une centrale électrique est située à 1 km d'un poste transformateur, assimilé à un simple dipôle. La centrale et le transformateur sont reliés par deux câbles. La tension produite par la centrale vaut $U = 400$ kV.

La résistance linéique (résistance par unité de longueur) des câbles vaut $8,5 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}^{-1}$.

1. Calculer la résistance des câbles.
2. Représenter le schéma électrique modélisant la centrale assimilée à un générateur, les deux câbles assimilés à des résistances et le transformateur.
3. Calculer l'intensité du courant traversant les câbles sachant que la centrale fournit une puissance de 20 MW. Rappel : 1 méga = 10^6 .
4. En déduire la puissance totale dissipée par les câbles lors du transport de l'énergie électrique entre la centrale et le transformateur.
5. Calculer la puissance dissipée si la tension produite par la centrale était de 40 kV. Conclure.

Ex.2 – Réseau électrique

Imaginons une ville, alimentée en énergie électrique par deux centrales électriques S_1 et S_2 . Un transformateur central reçoit l'énergie électrique des deux sources et la transmet à la ville.

1. Représenter cette situation par un graphe *orienté*.

La ville consomme une puissance de 20 MW qui est fournie par les deux centrales électriques. La centrale S_1 est reliée au transformateur par des câbles d'une résistance totale $r_1 = 0,1 \Omega$.

La centrale S_2 est reliée au transformateur par des câbles d'une résistance totale $r_2 = 0,15 \Omega$.

Chaque centrale peut fournir au maximum 15 MW.

2. Quel problème se pose à l'ingénieur en charge de la coordination de la production électrique des deux centrales ?

Les pertes d'énergie électrique par effet Joule sont proportionnelles au carré de la puissance électrique produite par chaque centrale et à la résistance des câbles qui lient chaque centrale au transformateur.

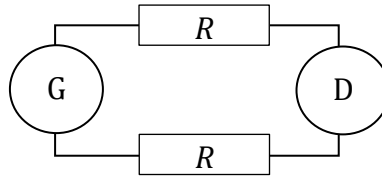
3. Quelle est la fonction mathématique à minimiser si l'on veut réduire autant que possible ces pertes ? Quelles contraintes mathématiques y a-t-il sur P_1 et P_2 ?
4. Déterminer les valeurs de P_1 et de P_2 qui minimisent ces pertes.

Correction

Exercice 1

1. $R = 8,5 \cdot 10^{-6} \times 1000 = 8,5 \cdot 10^{-3} \Omega$

2. C'est le même schéma que dans l'exercice du cours. D est le transformateur, G la centrale et R représente la résistance des câbles.



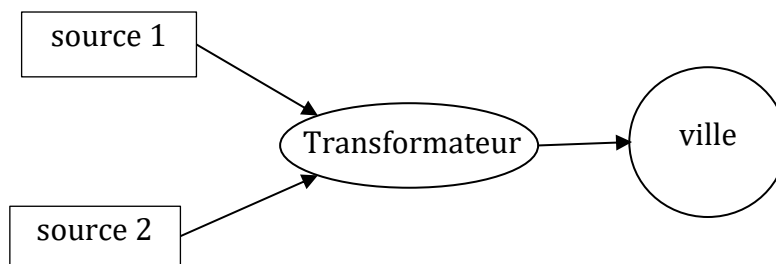
3. $P = UI$ donc $I = \frac{P}{U} = 20 \cdot 10^6 \div 400 \cdot 10^3 = 50 \text{ A}$.

4. Cette intensité passe par les deux câbles, donc $P_j = 2RI^2 = 42,5 \text{ W}$

5. Si $U = 40 \text{ kV}$, alors $I = 500 \text{ A}$ et donc $P_j = 4,25 \text{ kW}$. La perte est 100 fois plus importante. L'intérêt de la haute tension est de limiter les pertes par effet Joule pour une puissance transmise donnée.

Exercice 2

1. Graphe orienté



2. Il doit répartir la production d'électricité entre les deux centrales de manière à minimiser les pertes en ligne.

3. Il faut minimiser $r_1 P_1^2 + r_2 P_2^2$ avec :

- $P_1 + P_2 = P_3 = 20 \text{ MW}$ (puissance produite par les centrales = puissance consommée)
- $P_1 \leq 15 \text{ MW}$ et $P_2 \leq 15 \text{ MW}$ (chaque centrale ne peut produire plus de 15 GW)

C si contraintes non pertinentes

4. On exprime P_2 en fonction de P_1 (ou l'inverse) : $P_2 = P_3 - P_1$

Il faut donc minimiser la fonction $r_1 P_1^2 + r_2 (P_3 - P_1)^2 = r_1 P_1^2 + r_2 P_3^2 - 2r_2 P_3 P_1 + r_2 P_1^2$

Pour cela, on la dérive et on cherche quand sa dérivée est nulle.

Dérivée de $r_1 P_1^2 + r_2 P_3^2 - 2r_2 P_3 P_1 + r_2 P_1^2$: $2r_1 P_1 - 2r_2 P_3 + 2r_2 P_1$

La dérivée s'annule pour $P_1 = \frac{r_2 P_3}{r_1 + r_2} = 12 \text{ GW}$ et $P_2 = 8 \text{ GW}$