

Devoir n°4**2h15****Données**- produit ionique de l'eau à 25 °C : $K_e = 10^{-14}$ - Incertitude relative sur une grandeur calculée : si $a = \frac{bc}{d}$, alors

$$\frac{\Delta a}{a} = \sqrt{\left(\frac{\Delta b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\Delta c}{c}\right)^2 + \left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2}$$

Toutes les solutions sont prises à 25 °C, sauf mention contraire.

Exercice 1 – Solution d'acide faibleOn considère un acide faible noté AH, de $pK_A = 3,25$ à 25 °C.On réalise une solution de concentration apportée $C_A = 0,10 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ de cet acide.

1. Donner le diagramme de prédominance de cet acide.
2. Donner l'expression et la valeur du K_A de cet acide.
3. Calculer le pH de cette solution.
4. En considérant que le pH vaut 2,14, déterminer le taux d'avancement de la réaction.
- 5.a. On dilue cette solution d'un facteur 10. Calculer le Q_r de la réaction au moment de la dilution, en considérant que l'équilibre $\text{AH} + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{A}^- + \text{H}_3\text{O}^+$ n'a pas encore été déplacé. En déduire dans quel sens l'équilibre est déplacé.
- 5.b. Quel effet cette dilution aura-t-elle sur l'avancement de la réaction $\text{AH} + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{A}^- + \text{H}_3\text{O}^+$.

Exercice 2 – Titrage acide-base par suivi pH-métriqueOn dose une solution d'acide faible AH de concentration attendue $C_A = 0,10 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1} \pm 10 \%$ par de la soude à $60 \text{ mmol}\cdot\text{L}^{-1}$.

1. Donner l'équation-bilan de la réaction de titrage
2. Proposer un volume d'acide à doser pour avoir un volume de base versée à l'équivalence V_{BE} voisin de 15 mL.
- 3.a. Le volume trouvé à l'équivalence est de $V_{BE} = 13,8 \text{ mL}$ pour un volume d'acide dosé $V_A = 10 \text{ mL}$. Trouver la concentration de la solution d'acide dosée, ainsi que l'incertitude qui lui est associée.

Données :Incertitude sur V_A : négligeableIncertitude sur C_B : $\pm 2 \%$ Incertitude sur V_{BE} : $\pm 0,2 \text{ mL}$

- 3.b. Ce résultat est-il compatible avec la concentration attendue ? Justifier.

Exercice 3 – Interféromètre de Michelson

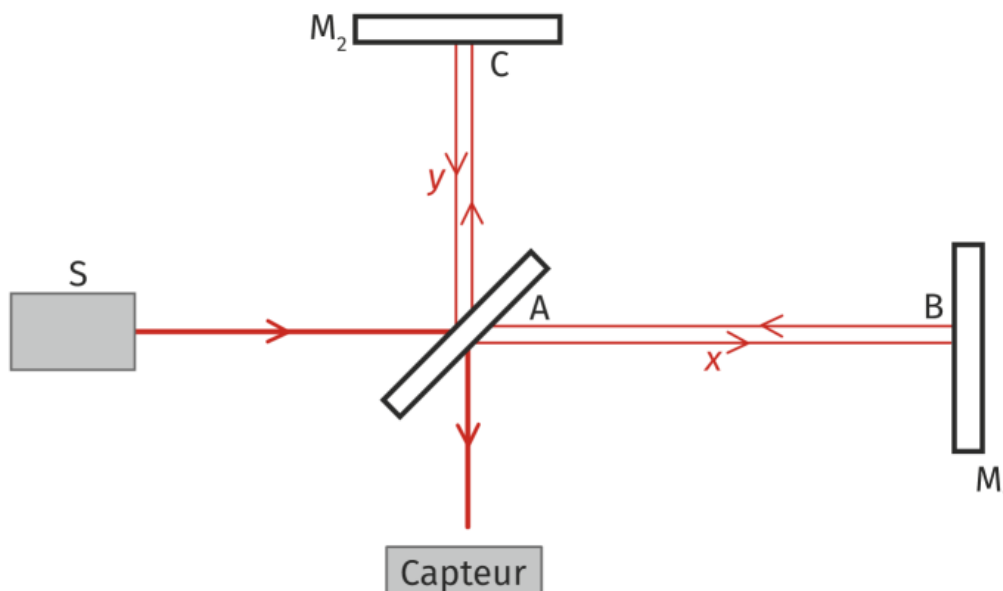
La détection des ondes gravitationnelles, réalisées pour la première fois en 2015, nécessite de mesurer des variations de longueur extrêmement petites (de l'ordre d'un millièmme de la taille d'un proton sur plusieurs kilomètres, soit 10^{-21} !!!). Cette détection est rendue possible par un interféromètre de Michelson géant. Cet exercice se propose d'étudier comment on peut, grâce à cet appareil, détecter de faible variation de longueur.

Le principe de l'interféromètre de Michelson est le suivant.

Un faisceau de lumière issu d'une source laser est séparé en deux au point A d'une lame séparatrice semi-réfléchissante. Chacun des deux faisceaux ainsi formés est alors en phase. Ils constituent un système de sources cohérentes.

Ces deux faisceaux sont réfléchis par les miroirs plans M1 et M2 (respectivement aux point B et C) et redirigés vers le point A de la lame séparatrice pour finalement se rejoindre au niveau d'un capteur qui mesure l'intensité lumineuse résultante.

L'un des miroirs (le miroir M1 par exemple) peut être déplacé avec une grande précision.



1. Lorsque les deux miroirs sont à la même distance de la lame semi-réfléchissante ($x = y$), comment les rayons arrivent-ils au niveau du capteur (en phase ou en opposition de phase) ? Justifier.

2. Si M1 avance d'une longueur δx , quelle est la différence de marche entre les deux rayons ?

3. À quelle condition cette différence de marche va-t-elle créer une interférence destructive ?

On considère que la variation minimale de longueur de x est celle qui va faire passer les interférences de constructives à destructives ou inversement.

4. Exprimer la plus petite variation de longueur de x détectable en fonction de la longueur d'onde du laser utilisé.

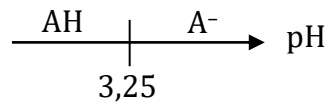
5. Si on utilise un laser d'une longueur d'onde de 400 nm et que la distance x vaut 1 m, quelle est la précision de la mesure (exprimée par $\delta x/x$) ? Exprimer également cette précision en pourcentage.

Correction

Exercice 1

1. Diagramme de prédominance

[0,5]



2. $K_A = \frac{[\text{A}^-][\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{AH}]} = 10^{-3,25} = 5,62 \cdot 10^{-4}$

[0,5]

3. On note x la concentration en ion $[\text{H}_3\text{O}^+]$ et c la concentration apporté d'acide faible ($100 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1}$). L'expression du K_A devient :

$$K_A = \frac{x^2}{c - x}$$

On réorganise cette relation pour obtenir $x^2 + K_A x - K_A c = 0$, puis on calcule la racine positive de ce trinôme avec $K_A = 5,62 \cdot 10^{-4}$ et $c = 1,00 \cdot 10^{-1} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

$\Delta = K_A^2 - 4 \times 1 \times (-K_A c) = 2,253 \cdot 10^{-4}$ et $x_1 = 7,22 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$, soit $\text{pH} = 2,14$

[2]

4. $\tau = \frac{x}{c} = 7,22/100 = 7,22 \%$

[1]

5.a. Quotient de réaction :

$$Q_r = \frac{[\text{A}^-][\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{AH}]} = \frac{(7,22 \cdot 10^{-4})^2}{9,23 \cdot 10^{-3}} = 5,65 \cdot 10^{-5}$$

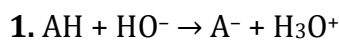
$Q_r < K_A$ donc l'équilibre est déplacé dans le sens de la réaction de l'acide sur l'eau

[1]

5.b. Davantage d'acide réagit avec l'eau, donc le taux d'avancement augmente.

[0,5]

Exercice 2



[0,5]

2. $V_A = \frac{C_B V_{BE}}{C_A} = 0,06 \times 15 \div 0,1 = 9 \text{ mL}$. Il faut donc doser 10 mL.

[0,5]

3.a. $C_A = \frac{C_B V_{BE}}{V_A} = 0,060 \times 13,8 \div 10 = 8,28 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$

Incertitude relative sur C_A : $\frac{\Delta C_A}{C_A} = \sqrt{\left(\frac{\Delta C_B}{C_B}\right)^2 + \left(\frac{\Delta V_{BE}}{V_{BE}}\right)^2} = 2,5 \%$

Donc $C_A = (0,082 \pm 0,002) \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$

[1,5]

3.b. On s'attend à une concentration comprise entre 0,090 et 0,110 $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ On a trouvé une concentration comprise 0,080 et 0,084 $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$, donc ce n'est pas compatible avec la concentration attendue.

[1]

Exercice 3

1. En phase, car ils sont en phase au départ et ils parcourent la même distance.

[1]

2. La différence de marche est de $2\delta x$ (à cause de l'aller-retour)

[1]

3. Si cette différence de marche est égale à $n+0,5$ fois la longueur d'onde, avec n entier relatif.

[1]

4. La plus petite variation δx est celle qui va causer une différence de marche de $0,5\lambda$. Donc $2\delta x = 0,5\lambda$ et donc $\delta x = 0,25\lambda$

[1]

A si δx est faux (question 2) mais que le raisonnement de cette question est juste

5. $\delta x = 100 \text{ nm}$, donc $\delta x/x = 10^{-7}$, soit $10^{-5} \%$.

[1,5]

A si raisonnement juste.